

ARTÍCULO ORIGINAL

La diversificación y la volatilidad Garch en los portafolios de inversión con activos sudamericanos de renta variable

Diversification and volatility Garch in investment portfolios with South American equity assets

Gonzalo Daniel Chura Chambe

Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Tacna, Perú.

gchurac@unjbg.edu.pe

<http://orcid.org/0000-0003-3801-5921>

Luis Angel Apaza Castillo

Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Tacna, Perú.

luisac@unjbg.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-5026-6291>

Wilson Gustavo Junior Yaja Condori

Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann. Tacna, Perú.

[wyjac@unjbg.edu.pe](mailto:wyajac@unjbg.edu.pe)

<https://orcid.org/0000-0003-3594-045X>

[Presentado: 15/02/2021, Aceptado: 17/03/2021]

RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue estudiar, analizar y experimentar el efecto diversificación de carteras de inversión con activos sudamericanos de renta variable. La investigación fue de tipo experimental, donde se involucraron 17 activos de renta variable; de los cuales por convención se seleccionaron 4 activos de la Bolsa de valores de Lima, 4 activos de la Bolsa de valores de Colombia, 4 activos de la Bolsa de valores de Brasil y 5 activos de la Bolsa de valores de Chile, durante el periodo 2015 a 2019. Se organizaron cinco portafolios, introduciendo en cada cartera de 5 hasta 17 activos para medir el impacto de la diversificación en la volatilidad de los portafolios. Se tuvo como resultado que, a través de la variación de números de componentes en los portafolios, se demuestra el impacto en la volatilidad por efecto diversificación. Se concluyó que, a través de la experimentación con números de componentes en los portafolios de inversión, se muestra la evidencia del impacto en la volatilidad de portafolios por efecto diversificación.

Palabras Claves: Diversificación, portafolios, volatilidad.

ABSTRACT

The purpose of this research was to study, analyze and experiment the diversification effect of investment portfolios with South American variable income assets. The investigation was of experimental type, where 17 equity assets were involved; of which by convention 4 assets were selected from the Lima Stock Exchange, 4 assets from the Colombian Stock Exchange, 4 assets from the Brazilian Stock Exchange and 5 assets from the Chilean Stock Exchange, during the period 2015 to 2019. The five portfolios were organized, introducing in each portfolio from 5 to 17 assets to measure the impact of diversification on the volatility of the portfolios. As a result, it was found that, through the variation of the number of components in the portfolios, the impact on volatility due to the diversification effect is demonstrated. The conclusion was that, through experimentation with the number of components in the investment portfolios, evidence of the impact on the volatility of portfolios due to the diversification effect is shown.

Keywords: Diversification, portfolios, volatility.

INTRODUCCIÓN

Los inversionistas buscan en los mercados financieros globales oportunidades que les reporten ganancias esperadas; en esta perspectiva, los activos financieros de renta variable ofrecen estas oportunidades. Motivo por el cual, en el presente trabajo, se exploran oportunidades de inversión en los cuatro mercados sudamericanos de renta variable, para estimar con soporte de data histórica diaria de cotizaciones comprendido en el periodo entre 2015 a 2019.

El objetivo del presente trabajo consiste en demostrar que por efecto diversificación se logra la reducción de volatilidad en las carteras de inversión, esto bajo el enfoque de la teoría moderna de organización de carteras de inversión de Markowitz (1952). Y, por otro lado, es necesario precisar que las series de tiempo de cotizaciones diarias de los activos de renta variable son calificadas estadísticamente como series de tiempo no estacionarias, motivo por el cual se acude a la econometría de series de tiempo del tipo GARCH para modelar la volatilidad de las carteras de inversión, como es el comportamiento del precio diario de los activos financieros que intervienen en el trabajo, tal cual refiere Enders (2015).

La hipótesis del presente trabajo tiene la formulación siguiente: La diversificación en los portafolios de inversión tiene implicancias en la reducción en la volatilidad de la rentabilidad esperada de los portafolios de inversión.

La metodología seguida en el trabajo se sustenta en la teoría de organización de portafolios de inversión de Markowitz (1991), el que se expone en el modelo (1), que consiste en determinar las proporciones de w_i que maximizan la rentabilidad esperada del portafolio de inversiones para un determinado nivel máximo de riesgo admitido:

$$\text{Max: } E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad \text{Modelo (1)}$$

Sujeto a las restricciones:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \leq \sigma_0^2$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0, \text{ en donde } (i = 1, \dots, n)$$

Donde n es el número de activos que intervienen en la conformación del portafolio de inversiones, $E(R_i)$ es la rentabilidad esperada de cada uno de los componentes del portafolio, w_i es la proporción del presupuesto que ha asignado el inversionista al activo i , σ_p^2 es la varianza de la rentabilidad del portafolio de inversiones.

Por otro lado, la formulación matemática dual alternativa consiste en determinar las ponderaciones que minimizan la varianza del portafolio de inversiones, que tiene como restricciones a la rentabilidad mínima requerida para el portafolio.

$$\text{Min } \sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad \text{Modelo (2)}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \geq R_0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0, \text{ en donde } (i = 1, \dots, n)$$

En donde R_0 es la rentabilidad mínima requerida (Sydsaeter, 2011).

$$\text{Max } z: C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \quad \text{Modelo (3)}$$

Sujeto a:

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + a_{13} X_3 + \dots + a_{1n} X_n \leq b_1$$

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \leq b_m$$

$x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$, en donde C denota la rentabilidad de cada título, “ a ” es el precio del título, “ X ” es la cantidad de títulos, “ b ” es el presupuesto asignado.

Enders (2015) afirma que, el primer paso en el modelamiento de series temporales GARCH consiste en determinar la media de la serie de tiempo y posteriormente la volatilidad.

$r_t = 100 * \ln \left(\frac{Cotizacion_t}{Cotizacion_{t-1}} \right)$, en donde Cotizacion_t: cotización del día t, cotización_{t-1}: cotización del día t-1. r_t : rentabilidad del tiempo t, puntualiza la adecuada estimación de la volatilidad, teniendo en cuenta que las series financieras presentan variaciones en el tiempo, fenómeno al que se le llama heterocedasticidad, plantea el uso de los modelos ARCH (autoregressive conditional heteroscedasticity) y GARCH (Generalised autoregressive conditional heteroscedasticity). Enders (2015) refiere, sobre los modelos ARCH, que están diseñados para modelar y pronosticar la volatilidad de series temporales financieras, cuya ecuación es el que se presenta a continuación: $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$, en donde $0, \alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ y $0 \leq (\alpha_1 + \beta_1) \leq 1$.

Tabla1

Resumen de la revisión de la literatura

Autores	Artículo	Resultado
Markowitz (1952)	Portfolio Selection: Journal of Finance	Un portafolio de inversión será eficiente si brinda la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado o, de forma equivalente, si presenta el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad.
Markowitz (1991)	Portafolio de selección de inversiones.	La selección de cartera de inversiones con activos financieros que busca la maximización de la rentabilidad para un determinado nivel máximo de riesgo aceptable y, por otro lado, la minimización de exposición al riesgo mediante la metodología probabilística para una rentabilidad mínima esperada.
Barra (2008)	Actualidad Empresarial. Cómo la diversificación reduce el riesgo de los portafolios de inversión.	El proceso de diversificación de un portafolio de inversión con activos de renta variable denota que la diversificación conduce a la maximización de la rentabilidad y a la minimización del riesgo de la cartera en referencia.
Graham et al (2011)	Inversiones Financieras: Selección de Carteras de Inversión.	El hecho de agregar más títulos a una cartera de inversión para reducir la volatilidad de esta. Por otro lado, el beneficio gradual de agregar más títulos disminuye a medida que el número de títulos aumenta.
Mascareñas (2012)	Gestión de Carteras I: Selección de carteras.	Lo que nos quiere decir que los activos no deben evaluarse en forma individual, sino en un conjunto.
Muñoz y Torres (2014)	Construcción de un portafolio de inversión de renta variable y TES mediante modelos de volatilidad para un perfil de riesgo determinado.	Puntualizan la adecuada estimación de la volatilidad, teniendo en cuenta que las series financieras presentan variaciones en el tiempo, fenómeno al que se le llama heterocedasticidad. Plantea el uso de los modelos ARCH y GARCH
Enders (2015)	Applied Econometric Time Series.	El primer paso en el modelamiento de series temporales GARCH consiste en determinar la media de la serie de tiempo.
García & Ramírez (2016)	Estado del arte en Teoría de Portafolios: Del análisis individual de acciones a la optimización multiobjetivo.	Propone ver la cartera como un todo. Exponen que el modelo cambió el análisis de las inversiones por diversificación, analizando el impacto de los activos individuales que conforman un portafolio en función del riesgo y del rendimiento.

MATERIAL Y MÉTODOS

De los 17 activos que se negocian en las principales bolsas de Latinoamérica (Bolsa de Sao Paulo – BOVESPA, Bolsa de Comercio de Santiago – BCS, Bolsa de Valores de Lima – BVL y Bolsa de Valores de Colombia – BVC), se evaluó el comportamiento de los 17 títulos seleccionados, teniendo en cuenta la frecuencia de

negociación que han mostrado cada uno de los títulos en el periodo 2015 a 2019. Se siguieron los criterios de selección: la correlación entre los valores candidatos a conformar la cartera, la rentabilidad, el coeficiente de variación y beta de cada uno de ellos.

Se selecciona por convención a 17 activos financieros de renta variable que cotizan en los mercados financieros de renta variable sudamericanas, los que se detallan en la tabla 2.

Tabla 2
Empresas con las que se organizan los portafolios de inversión

Empresa emisora	Nemónico	Sector
Sociedad Minera Cerro Verde S.A.A.	CVERDEC1	Minería
Panoro Minerals LTD.	PML	Minería
Unión Andina de Cementos S.A.A.	UNACEMC1	Industria
Aenza S.A.A.	AENZAC1	Construcción
Grupo Nutresa S.A. (Antes Grupo Nacional de Chocolates S.A.)	NCH	Consumo No Cíclico
Cementos Argos S.A.	CCB	Bienes de Capital
Corp. Financiera Colombiana S.A.	CFV	Financiero
Celsia S.A.	CEL	Suministros
Brf S. A.	BRFS3	Consumo no Cíclico
Metalúrgica Gerdau S.A.	GOAU4	Materiales Básicos
Multiplan Emprendimientos Inmobiliarios S.A.	MULT3	Servicios
S.A.C.I. Falabella	FAKABELLA	Servicios
Empresa Nacional de Telecomunicaciones S.A.	ENTEL	Servicios
Enjoy S.A.	ENJOY	Servicios
Sonda S.A.	SONDA	Tecnológico
Aguas Andinas S.A.	AGUASA	Suministros
Embraer S.A.	EMBR	Bienes de Capital

El proceso seguido consta de: (1) recogida de datos de cotización diaria de los 17 títulos, cotización diaria obtenida del repositorio de las bolsas Latinoamericanas (Chile, Perú, Colombia y Brasil), desde enero 2015 hasta diciembre de 2019. (2) determinación de la rentabilidad diaria para cada uno de los títulos, utilizando la ecuación

$r_t = 100 * \ln\left(\frac{\text{Cotización}_t}{\text{Cotización}_{t-1}}\right)$. (3) una vez organizado los cinco portafolios, seguidamente se determina la varianza para cada uno de ellos, de acuerdo a la ecuación $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$.

(4) finalmente se modela la rentabilidad de cada título con Ar (1): $Y_t = c + bY_{t-1} + \varepsilon$, en donde Y_t es la rentabilidad del día y Y_{t-1} la rentabilidad del día anterior, y su volatilidad estocástica con la ecuación GARCH (1,1): $\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$.

El proceso de organización de 5 carteras de inversión con activos listados en la tabla 2, iniciando con una primera cartera que se conforma con 5 activos, una segunda cartera que incluye a 10 activos, una tercera que se organiza con 15 activos, una cuarta que incluye a 16 activos y una quinta cartera que se construye con 17 activos. Para cada portafolio se obtiene la rentabilidad media y la varianza, y finalmente se deciden sobre los pesos siguiendo el modelo optimización simplex. La rentabilidad media de la cartera se obtiene teniendo en cuenta la ecuación siguiente: $E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i)$ en donde w_i es el peso que toma cada componente de la cartera y su varianza se obtiene con la ecuación es el peso que toma cada componente de la cartera y su varianza se obtiene con la ecuación $\sigma_t^2 = a_0 + a_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$.

RESULTADOS

Un primer resultado que se obtiene en forma consolidada es lo que se presenta en la tabla 3, que a todas luces, en concordancia con la teoría descrita por Markowitz (1952), se verifica el impacto de la diversificación en la volatilidad del portafolio de inversión.

Tabla 3

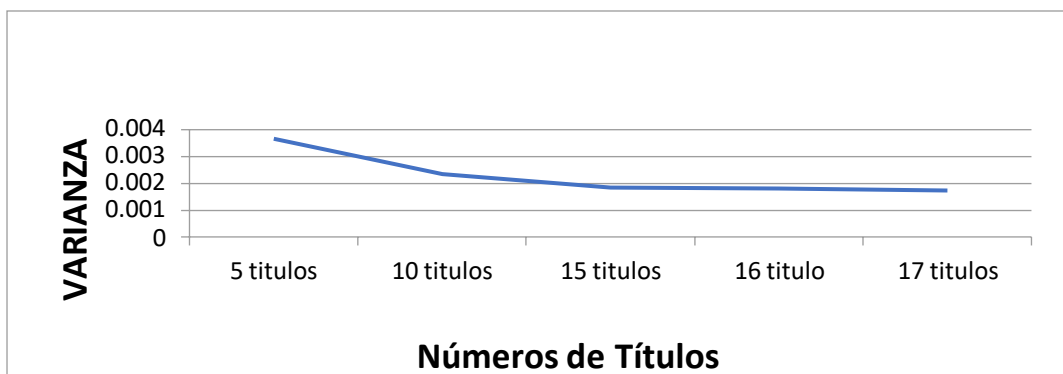
Efecto Diversificación

Portafolio	Varianza	Número de Títulos
Con 5 títulos	0.00366	5
Con 10 títulos	0.00233	10
Con 15 títulos	0.00186	15
Con 16 títulos	0.00186	16
Con 17 títulos	0.00174	17

Los resultados de la experiencia se presentan en la tabla 3, que muestra claramente que ante la presencia de un mayor número de activos en los portafolios se constata la disminución de la volatilidad. Así, cuando se organiza una cartera de inversión con 5 activos se tiene la varianza de 0.00366 %; pero cuando el portafolio está organizada con 17 activos, muestra varianza de 0.00174 %, cifra que se ve notoriamente reducida en comparación de la varianza de una cartera organizada con 5 activos.

Figura 1

Efecto diversificación en portafolios de inversión



La ilustración muestra claramente el efecto de la diversificación en la volatilidad en los portafolios de inversión.

Tabla 4*Modelo de efecto diversificación en la volatilidad del portafolio de inversiones*

Dependent Variable: VARIANZA

Method: Least Squares

Date: 01/07/21 Time: 23:13

Sample: 1 5

Included observations: 5

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003556	0.000273	13.03695	0.0010
NTITULOS	-0.926182	0.113692	-8.146384	0.0039
R-squared	0.956750	Mean dependent var		0.001436
Adjusted R-squared	0.942333	S.D. dependent var		0.000760
S.E. of regression	0.000182	Akaike info criterion		-14.09100
Sum squared resid	9.99E-08	Schwarz criterion		-14.24723
Log likelihood	37.22750	Hannan-Quinn criter.		-14.51029
F-statistic	66.36357	Durbin-Watson stat		2.634781
Prob(F-statistic)	0.003868			

A partir de los resultados de la tabla 4, como segundo resultado, se exhibe el impacto que tiene la diversificación en la volatilidad de la cartera de inversiones. Con los resultados presentados en dicha tabla se expresa el modelo que se presenta en líneas siguientes:

Varianza = 0.003556 - 0.926182 (número de títulos) + e

Al analizar los coeficientes estadísticos de la P-Value de 0.0039 (ampliamente menor a 0.05), se infiere que el número de activos que conforman la cartera de inversiones con activos de renta variable tiene un impacto inverso sobre la volatilidad de la cartera, esta implicancia tiene el impacto de -0.926 de coeficiente. Con estos resultados se da por demostrada la hipótesis formulada para la ejecución de la presente experiencia.

La rentabilidad media de cada uno de los activos que interviene en la conformación de las carteras de inversión se obtiene mediante el uso de la función Ar(1), que es la medida de posición central de la serie estadística autoregresiva y su volatilidad estima con la función estadística GARCH(1,1), realizando en el modelo el pronóstico de la volatilidad, se concluye que la variabilidad de la rentabilidad va en el rango de +4%.

En la tabla 5 se observan las rentabilidades y volatilidades de los activos bajo el modelo Garch (1,1), de series de tiempo que tienen la características de un comportamiento estacionario y con la capacidad de dar un pronóstico a corto plazo, siendo estos activos de las bolsas seleccionadas para esta investigación.

Tabla 5*Resumen de rentabilidad y volatilidad*

Título	Rentabilidad	Volatilidad
Cerro Verde	$Y_t = 0.000713 + 0.061916Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.000127 + 0.196526\varepsilon_{t-1}^2 + 0.52411\sigma_{t-1}^2$
Aenza	$Y_t = 0.069465 + 0.05313Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.082207 + 0.421244\varepsilon_{t-1}^2 + 0.413975\sigma_{t-1}^2$
Unió Andina	$Y_t = 0.034263 + 0.061395Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.319553 + 0.179844\varepsilon_{t-1}^2 + 0.734409\sigma_{t-1}^2$
Parono Mineral	$Y_t = 0.195038 + 0.112745Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.506287 + 0.066929\varepsilon_{t-1}^2 + 0.910574\sigma_{t-1}^2$
Nutresa	$Y_t = 0.008278 + 0.219204Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.126545 + 0.1535\varepsilon_{t-1}^2 + 0.7540\sigma_{t-1}^2$
Cementos Argos Sa	$Y_t = 0.000843 + 0.171423Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.277527 + 0.1492\varepsilon_{t-1}^2 + 0.7348\sigma_{t-1}^2$

Título	Rentabilidad	Volatilidad
Colombiana Sa	$Y_t = 0.01875 + 0.150674Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.384872 + 0.3250\varepsilon_{t-1}^2 + 0.4967\sigma_{t-1}^2$
Celsia	$Y_t = 0.011905 + 0.187652Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.045713 + 0.1205\varepsilon_{t-1}^2 + 0.8601\sigma_{t-1}^2$
Embraer Sa	$Y_t = 0.029662 + 0.111804Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 1.700984 + 0.3533\varepsilon_{t-1}^2 + 0.3615\sigma_{t-1}^2$
Metalúrgica Gerdau Sa	$Y_t = 0.010188 + 0.066350Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.093366 + 0.0728\varepsilon_{t-1}^2 + 0.9225\sigma_{t-1}^2$
Falabella	$Y_t = 0.008488 + 0.076489Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.164141 + 0.190545\varepsilon_{t-1}^2 + 0.721276\sigma_{t-1}^2$
Entel	$Y_t = 0.002207 + 0.072241Y_{t-1} + e$	$\sigma_t^2 = 0.090922 + 0.095171\varepsilon_{t-1}^2 + 0.864461\sigma_{t-1}^2$

DISCUSIÓN

Los resultados mostrados y presentados en la tabla 3 y posteriormente en la tabla 4 permiten afirmar de manera contundente la implicancia que tiene la diversificación en la volatilidad de los portafolios de inversiones, resultados que tienen concordancia con la teoría moderna de portafolios de inversión de Markowitz (1991). En el mismo sentido, han concluido los estudios de García y Ramírez (2016) y Muñoz y Torres (2014). Por otro lado Enders (2015), en sus estudios, ha mostrado comportamientos de series de tiempo financieras del tipo autoregresivo y de heterocedasticidad condicionada; en ese sentido, se han obtenido los modelos de series de tiempo para cada uno de los activos que conforman los diversos portafolios que se han elaborado para los objetivos de la investigación.

REFERENCIAS

- Barra, A. (2008). Cómo la diversificación reduce el riesgo de las inversiones. *Actualidad Empresarial*, 1(9), 1-3
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series*. Ala-bama: University of Alabama.
- García, J. y Ramírez, N. (2016). *Estado del arte en Teoría de Portafolios: Del análisis individual de acciones a la optimización multiobjetivo*. Universidad Autónoma del Estado de México.
- Graham, J. Smart, S. y Meginson, W. (2011). *Inversiones Financieras: Selección de carteras*. Cengage Learning.
- Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. Journal of Finance.
- Markowitz, H. (1991). *Portfolio Selection*. Library of Congress Cataloging in Publication Data.
- Mascareñas, J. (2012). *Gestión de carteras I: Selección de carteras*. Universidad Complutense de Madrid.
- Muñoz J. y Torres, J. (2014). *Construcción de un portafolio de inversión de renta variable y TES mediante modelos de volatilidad para un perfil de riesgo determinado*. Universidad EAFIT.
- Sydsaeter, K. Hammond, P. y Carvajal, A. (2011). *Matemáticas para el Análisis Económico*. Editorial Pearson.